

Taux de Rendement Interne (TRI)

Principes fondamentaux

■ Définition

Il s'agit du taux d'actualisation qui rend nulle la VAN de base (voir calculs pages 145 et 146), ou par extension, la VANR. Dans le premier cas de la VAN de base, le TRI de base (économique) est donc le taux de rendement actuariel a permettant de résoudre l'équation suivante :

$$VAN_0 = \sum_{t=0}^n \left(\frac{FL_t}{(1+a)^t} \right) = 0$$

FL_t : flux totaux de liquidité prévisionnels en t ($t = 0, \dots, n$);

n : horizon prévisionnel du projet;

a : TRI de base du projet.

■ Calcul

Pour trouver le TRI, il faut recourir soit à la résolution mathématique¹, soit à l'interpolation linéaire. Il est possible de synthétiser cette dernière méthode comme suit.

Soit un projet nécessitant un investissement immédiat de 1 000€ et offrant les flux de liquidité suivants :

- ▶ 300€ en année 1;
- ▶ 500€ en année 2;
- ▶ 650€ en année 3.

En actualisant les flux au départ, par exemple à 19%, la VAN est :

$$VAN_{19\%} = -1\,000 + \frac{300}{(1,19)^1} + \frac{500}{(1,19)^2} + \frac{650}{(1,19)^3} = -9,10$$

¹ Cette résolution mathématique est loin d'être un problème trivial, car il s'agit de résoudre une équation polynomiale de nième degré à une inconnue. Toutefois, les calculatrices financières permettent généralement d'obtenir rapidement une solution en insérant simplement l'ensemble de la série de flux. Il en va de même pour les logiciels incluant un tableur, comme Microsoft Excel.

4 PRINCIPAUX CRITÈRES DE SÉLECTION DES PROJETS

Ce taux d'actualisation choisi arbitrairement est trop élevé puisque la VAN est négative. Il convient alors de choisir un taux d'actualisation plus faible, par exemple 18%. La VAN obtenue est alors la suivante :

$$VAN_{18\%} = -1\,000 + \frac{300}{(1,18)^1} + \frac{500}{(1,18)^2} + \frac{650}{(1,18)^3} = +8,94$$

Cette fois, le taux d'actualisation est trop faible puisque la VAN est positive. Pour se rapprocher d'une VAN nulle, il suffit de prendre un taux d'actualisation supérieur à 18% de manière à réduire la VAN de 8,94 puis de faire appel à une simple règle de trois.

Pour une variation du taux d'actualisation de 1% (19 - 18), la VAN a varié de 18,04 (9,10 + 8,94). Dans le cas d'une variation de 8,94, la variation du pourcentage sera donc :

$$1\% \times \frac{8,94}{18,04} = 0,495\%$$

Ainsi, l'interpolation linéaire obtenue pour le TRI est égale à :

$$18\% + 0,495\% = 18,495\%$$

Plus précise, la résolution mathématique aboutit à un TRI égal à 18,492%. L'erreur résultant de l'interpolation linéaire n'est donc pas de grande ampleur et permet de justifier le recours à cette solution dans bien des cas.

Règles de décision

Ces règles, dans le cas du critère du TRI sont également simples à appliquer :

- ▶ on ne met en œuvre que les projets présentant un TRI supérieur ou égal au taux de rendement exigé par un investisseur rationnel pour ce type d'investissement ;
- ▶ pour des projets de même taille et mutuellement exclusifs, on retient celui qui affiche le TRI le plus élevé.

Diagnostic d'utilisation

La détermination du TRI ne réclame la connaissance que de la série de flux totaux de liquidités prévisionnels. Pour l'utiliser comme critère de décision, il est toutefois nécessaire de disposer également du taux de rendement exigé par un investisseur rationnel afin de pouvoir le comparer au TRI.

Obtenu en annulant la VAN, le TRI ne s'intéresse en fait qu'au taux d'actualisation permettant la seule rémunération des apporteurs de fonds, mais ne vise pas à déterminer l'accroissement total de richesse apporté par le projet à l'entreprise.

D'un point de vue mathématique, il convient en outre de souligner la possibilité d'observer certaines situations problématiques à partir du TRI. Parmi celles-ci, les exemples suivants illustrent respectivement les cas où une solution unique et cohérente à l'équation du TRI n'existe pas.

Limites de la résolution mathématique

■ Problème n° 1

Soit la série de flux de liquidité suivante :

$$FL_0 = -50, FL_1 = +100 \text{ et } FL_2 = -75.$$

Le TRI s'obtient à partir de l'équation :

$$-50 + \frac{100}{(1+a)^1} - \frac{75}{(1+a)^2} = 0$$

Étant donné les caractéristiques de flux de ce projet, il est impossible de trouver un TRI significatif.

La détermination de la VAN ne pose, pour sa part, aucun problème particulier. Si on actualise ces flux à 8 % par exemple, la VAN est alors de -21,71.

■ Problème n° 2

Soit la série de flux de liquidité suivante :

$$FL_0 = -40, FL_1 = +250 \text{ et } FL_2 = -250.$$

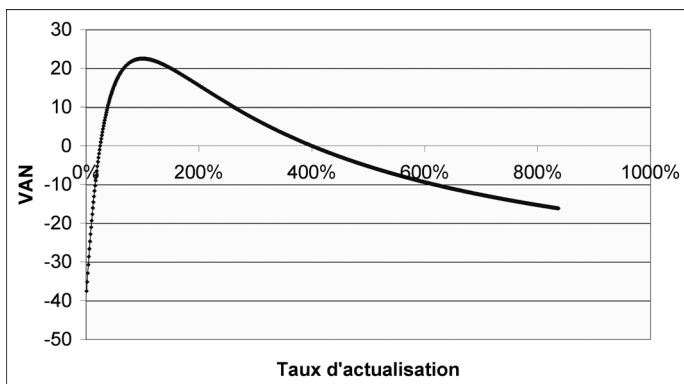
Le TRI s'obtient à partir de l'équation :

$$-40 + \frac{250}{(1+a)^1} - \frac{250}{(1+a)^2} = 0$$

Avec $a = 25\%$ et 400% comme solutions possibles à cette équation, il semble judicieux d'accepter ce projet ! Toutefois, quelle valeur retenir pour le TRI : 25% ou 400% ?

Observons par ailleurs qu'avec un taux d'actualisation - plus faible - de 12% , on obtient déjà une VAN négative de $-16,08$. Comme l'illustre le schéma page suivante, ce type d'évolution de la VAN en fonction du taux d'actualisation est tout à fait atypique avec une VAN déjà négative pour des taux d'actualisation très faibles, qui augmente dès le départ avec l'accroissement de ces derniers.

4 PRINCIPAUX CRITÈRES DE SÉLECTION DES PROJETS



ÉVOLUTION DE LA VAN DU PROJET EN FONCTION DU TAUX D'ACTUALISATION.

Ces deux exemples montrent bien les limites opérationnelles de la résolution mathématique de l'équation du TRI. Il convient donc de manier ce critère avec précaution.

Quand le critère du TRI contredit celui de la VAN !

À partir de quelques exemples choisis, il est utile de mettre en exergue dès à présent les résultats contradictoires auxquels peut parfois aboutir l'application stricte des critères du TRI et de la VAN.

Soient trois projets A, B et C, réalisés dans le même secteur d'activité, financés exclusivement par fonds propres, dont les montants investis et les durées sont identiques et dont les flux totaux de liquidité prévisionnels sont :

Années	Projet A	Projet B	Projet C
0	- 600 000	- 600 000	- 600 000
1	62 000	70 000	25 000
2	65 000	90 000	41 000
3	67 000	110 000	45 000
4	100 000	130 000	53 000
5	105 000	150 000	100 000
6	110 000	200 000	120 000
7	120 000	220 000	170 000
8	670 000	250 000	850 000

FLUX TOTAUX DE LIQUIDITÉS PRÉVISIONNELS DES PROJETS A, B, C.

Le calcul des TRI conduit aux résultats suivants :

TRI (A) = 13,874 %, **TRI (B) = 15,043 %** et **TRI (C) = 13,632 %**.

L'application stricte de ce critère permet de classer les projets dans l'ordre de préférence décroissant : B, A, C.

En estimant à 7,00 % le taux de rendement exigé par un investisseur rationnel dans ce secteur, le calcul des VAN conduit aux valeurs suivantes :

VAN (A) = 258 536, **VAN (B) = 255 723** et **VAN (C) = 288 177**.

L'application stricte de ce critère aboutit maintenant à classer les projets dans l'ordre de préférence décroissant : C, A, B.

Si le recours à ces deux critères ne pose aucun problème pour le classement retenu du projet A, il n'en va pas de même pour B et C. Il va donc falloir trouver une solution à cette situation problématique, d'autant qu'elle n'est pas insensible au taux de rendement exigé retenu au départ de l'analyse.

En effet, avec un taux de rendement estimé à 11 %, les VAN auraient été les suivantes :

VAN (A) = 93 127, **VAN (B) = 112 568** et **VAN (C) = 97 837**,

et l'ordre de préférence complètement modifié : B, C, A.

En fonction de différents taux d'actualisation, le tableau page suivante permet de synthétiser la problématique de classement issue de la VAN et du TRI pour les trois projets envisagés.

À mesure que le taux d'actualisation croît, l'ordre de classement des VAN des trois projets se modifie lors du passage par différents paliers, dénommés points d'indifférence. Par exemple, PI (A, B) représente le point d'indifférence entre A et B, c'est-à-dire le taux d'actualisation - obtenu par interpolation linéaire - qui conduit à une VAN identique pour les deux projets. Le passage par les taux d'actualisation de l'exemple (7 % et 11 %) et les TRI respectifs des trois projets sont également signalés.

Pour les trois projets, l'ordre de préférence obtenu exclusivement à partir du critère de la VAN peut être résumé comme suit en fonction du taux d'actualisation retenu :

- ▶ si le taux est inférieur à 7,4106 %, le classement est : C, A et B ;
- ▶ si le taux est compris entre 7,4106 % et 9,5547 %, le classement est : C, B et A ;
- ▶ si le taux est compris entre 9,5547 % et 11,9674 %, le classement est : B, C et A ;
- ▶ si le taux est supérieur à 11,9674 %, le classement est : B, A et C.

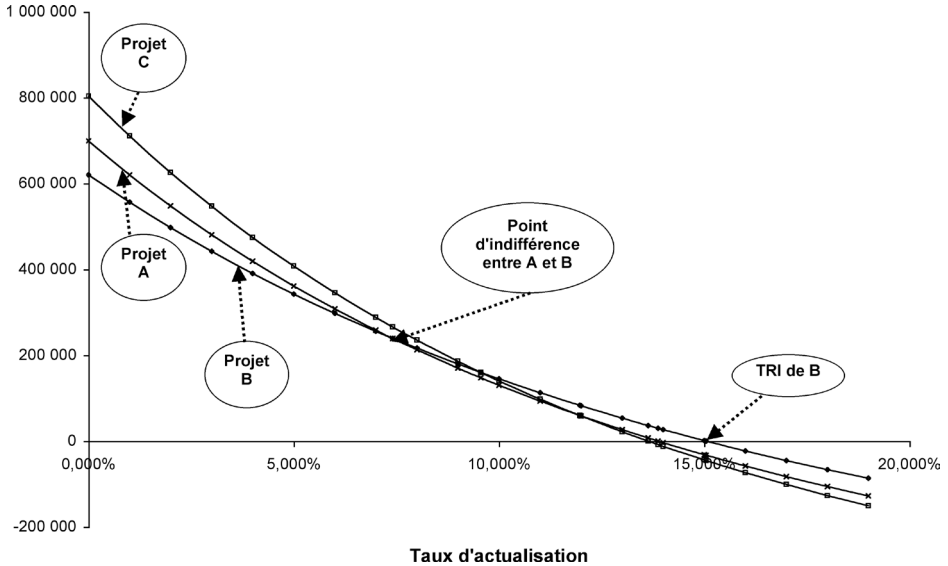
En revanche, pour les trois projets, l'ordre de préférence issu du critère du TRI n'est évidemment pas affecté par l'évolution du taux d'actualisation retenu ; il est toujours : B, A et C.

4 PRINCIPAUX CRITÈRES DE SÉLECTION DES PROJETS

Taux d'actualisation	Projet A	Valeurs Actuelles Nettes Projet B	Projet C
0,000 %	699 000	620 000	804 000
2,000 %	547 865	497 238	625 878
4,000 %	418 744	390 638	474 558
6,000 %	307 985	297 714	345 520
7,000 %	258 536	255 723	288 177
PI (A, B) = 7,4106 %	239 270	239 270	265 885
8,000 %	212 603	216 407	235 079
9,000 %	169 895	179 564	185 867
PI (B, C) = 9,5547 %	147 498	160 124	160 124
10,000 %	130 150	145 008	140 218
11,000 %	93 127	112 568	97 837
PI (A, C) = 11,9674 %	59 698	83 054	59 698
12,000 %	58 609	82 089	58 457
13,000 %	26 397	53 428	21 836
TRI (C) = 13,632 %	7 135	36 182	0,00
TRI (A) = 13,874 %	0,00	29 773	- 8 075
14,000 %	- 3 688	26 455	- 12 247
15,000 %	- 31 812	1 051	- 43 995
TRI (B) = 15,043 %	- 32 971	0,00	- 45 301
16,000 %	- 58 126	- 22 896	- 73 591
17,000 %	- 82 766	- 45 486	- 101 201

SIMULATION DE LA VAN ET DU TRI RÉSULTANT DES PROJETS A, B, C.

Ce n'est donc qu'au-delà d'un taux de rendement exigé par l'investisseur rationnel de 11,9674%, que les deux critères de sélection de projets (TRI et VAN) conduisent à la même conclusion en matière de classement :



SIMULATION DE LA VAN ET DU TRI RÉSULTANT DES PROJETS A, B, C.

Les contradictions observées lors de l'application du TRI et de la VAN pour déterminer l'ordre de préférence entre les trois projets naissent de la logique retenue en matière d'actualisation des flux totaux de liquidité intermédiaires, au TRI pour ce critère, au taux de rendement exigé par un investisseur rationnel pour celui de la VAN.

En matière d'acceptation de projets considérés isolément, il est indifférent d'utiliser l'un ou l'autre de ces critères : une VAN supérieure ou égale à zéro ou un TRI supérieur ou égal au taux de rendement exigé par un investisseur rationnel.

Il en va tout autrement de l'ordre de préférence entre plusieurs projets, où il apparaît clairement que le résultat peut diverger de l'application d'un critère à l'autre en fonction du taux d'actualisation retenu. Il convient alors de privilégier le critère de la VAN, reposant sur une actualisation des flux au taux effectif à exiger sur l'ensemble de l'horizon économique des projets, plutôt que de recourir au critère du TRI pour lequel l'actualisation des flux est menée au taux théorique qui annule la VAN, lequel, pour un projet rentable, est du même coup supérieur au taux de rendement exigé par un investisseur rationnel.

Selon la répartition des flux totaux de liquidité sur l'horizon économique des projets, l'importance de leur TRI conduit à réaliser une actualisation favorisant ou pénalisant certains projets en matière de classement comparativement à l'actualisation retenue pour le calcul de leur VAN.



Cas Vélasquez

On peut à présent calculer le TRI de base des trois projets envisagés à partir des flux totaux de liquidité prévisionnels déterminés au chapitre 3, pour ensuite les comparer aux taux de rendement exigés par un investisseur rationnel, estimés au chapitre 2.

Proposition 1: Gelfish S.A.S.

Le TRI de base (arrondi) est de 22,52%, le rendement requis est de 8,38% : le projet doit être entrepris.

Proposition 2: clinique Robinier

Le TRI de base (arrondi) est de 9,92%, le rendement requis est de 6,27% : le projet peut également être entrepris.

Proposition 3: hôtel Goldensol (en €)

Le TRI de base (arrondi) est de 16,30%, le rendement requis est de 9,27% : le projet peut aussi être mis en œuvre.

Si M. Vélasquez retenait uniquement le TRI de base comme critère de sélection des investissements, l'ordre de classement des projets serait, comme avec le critère de la VAN :

1. Gelfish S.A.S.;
2. hôtel Goldensol;
3. clinique Robinier.

Dans ce cas, en matière d'ordre de préférence, M. Vélasquez ne serait donc pas confronté au problème de contradiction possible entre le TRI et la VAN évoqué ci-dessus.